

Erwin Schrödingers Sternstunde

[Alexander Unzicker](#) 23.01.2016

Der Begründer der Wellenmechanik hat auch hochinteressante Beiträge zur Kosmologie geleistet. Sie sind bis heute weitgehend unbekannt

Der Nobelpreisträger von 1933 ist heute ganz überwiegend für seinen entscheidenden Beitrag zur Quantenmechanik bekannt, die nach ihm benannte Wellengleichung. Er fand sie 1925 während eines Skiurlaubs in Arosa, den er mit einer bis heute unbekanntem Geliebten verbrachte.

Im gleichen Jahr hatte er allerdings auch einen Artikel über Kosmologie¹ veröffentlicht, der eine enge Querverbindung zu Einsteins Idee der variablen Lichtgeschwindigkeit aus dem Jahr 1911 aufweist ([Einsteins verlorener Schlüssel](#)). Gesprochen haben die beiden darüber nie, und leider sind Schrödingers Gedanken zur Kosmologie praktisch in Vergessenheit geraten. Er war der erste, der einen Zusammenhang zwischen der Ausdehnung des Universums R_u , seiner Masse M_u und der Gravitationskonstante G Koinzidenz vermutet hat:

$$G \approx c^2 \frac{R_u}{M_u}$$

Und das zu einer Zeit, in der noch niemand die Größe des Universums kannte!



Dieser Zusammenhang ist heute als "Flachheit" bekannt, und wird in der gegenwärtigen Physik mit zum Teil absonderlichen Theorien wie der "Inflation" in Verbindung gebracht ([Kosmische Inflation der Wissenschaftspreise](#)). Die Ursache dieser Übereinstimmung ist bis heute unbekannt, obwohl sie einen starken Hinweis darstellt, daß die Ursache der Gravitation mit der Existenz der Massen im Universum verknüpft ist. Dies ist der Inhalt des nach dem Wiener Physiker und Philosophen Ernst Mach benannten Prinzips ([Einsteins verlorener Schlüssel](#)). Mach hatte es jedoch nicht quantitativ formuliert.

Erwin Schrödinger. [Bild](#): Nobel-Stiftung/gemeinfrei

Schrödinger erkannte den Zusammenhang, der zunächst nur numerisch schien, weil er sah, daß in der Formel der Begriff des Gravitationspotentials ϕ versteckt war. Potential ist einfach Energie pro Masse, und Newton hatte in seiner Gravitationstheorie dafür den Ausdruck

$$\phi = \frac{-GM}{r}$$

hergeleitet, wenn sich eine Masse im Abstand r zur Sonne (mit der Masse M) befindet.²

Der Einfluss des Universums

Man muss sich für einen Moment den Unterschied zu Newtons bekannter Formel für die Gravitationskraft

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

klarmachen (m ist eine kleine Testmasse), wo im Nenner der Abstand r ins Quadrat vorkommt. Dies führt dazu, daß die Anziehungskraft für weit entfernte Himmelskörper sehr stark abnimmt, und daher spürt man beispielsweise auf der Erde die Gravitationskraft der Sonne kaum (abgesehen von dem Effekt der Gezeiten, zu dem sie beiträgt).

Ganz anders verhält es sich mit dem Gravitationspotential ϕ : Der Wert des Potentials der Sonne, in dem wir uns befinden, übersteigt den Einfluß der Erde um das zehnfache, was man leicht sieht, wenn man die jeweiligen Quotienten M/r (Masse durch Abstand) betrachtet.

Dies hatte auch Schrödinger bemerkt. Es erschien ihm logisch, daß der Einfluß noch weiter entfernter Massen in der Milchstraße, obwohl als Kraft nicht wahrnehmbar, noch größer sein mußte, und versuchte, ihn abzuschätzen. Dabei fiel ihm offenbar auch auf, daß das Gravitationspotential die gleiche Einheit besaß wie das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit, c^2 , und er vermutete mit erstaunlicher Intuition, daß das gesamte Universum einen gleich großen Einfluß haben könnte. Schrödinger schrieb (S. 331):

Diese merkwürdige Beziehung sagt aus, daß das (negative) Potential aller Massen auf den Beobachtungsort, berechnet mit der am Beobachtungsort gültigen Gravitationskonstante, dem halben Quadrat der Lichtgeschwindigkeit gleich sein soll.

Erwin Schrödinger³

Dabei bemerkte er trotz der damals rudimentären Daten der Astronomie, daß dieser Zusammenhang auf ein Universum hindeutet, das viel größer sein mußte, als damals bekannt war (S. 332):

Es kann somit nur ein ganz verschwindender Bruchteil der auf der Erde und im Planetensystem beobachteten Trägheitswirkungen von der Wechselwirkung mit den Massen unseres Milchstraßensystems herrühren.

Erwin Schrödinger

In gewisser Weise hat Schrödinger damit die Entdeckung von der Größe des Kosmos in den 1930er Jahren durch Edwin Hubble vorweggenommen. Schrödinger forderte außerdem, daß das Machsche Prinzip in die Relativitätstheorie Eingang finden müsse. In dieser Hinsicht war Schrödinger weitblickender als Einstein. Umso erstaunlicher ist es, daß Schrödingers Beschäftigung mit der Kosmologie, wie auch Einsteins Idee zur variablen Lichtgeschwindigkeit, unter Physikern so wenig bekannt ist.

Worüber Einstein und Schrödinger nie gesprochen haben

Einstein hatte 1911 eine Formel, angegeben, mit der sich die bekannten Effekte der Relativitätstheorie prinzipiell ebenfalls beschreiben ließen (vgl. [Einsteins verlorener Schlüssel](#)):

$$\frac{c}{c_0} = 1 - \frac{GM}{rc^2}$$

Diese Formel besagt nichts anderes, als daß sich die Lichtgeschwindigkeit c in der Nähe der Sonne nur um eine Winzigkeit von der "normalen" Lichtgeschwindigkeit c_0 unterscheidet, nämlich um einen Faktor, der nur ein wenig kleiner als 1 ist und in dem das Gravitationspotential und wieder die Lichtgeschwindigkeit vorkommen.

Der Bezug zur Kosmologie, den erst Schrödinger herstellte, besteht darin, den rechten Teil der Gleichung nicht nur auf die Sonne, sondern auf alle Massen im Universum anzuwenden. Hätte Einstein diesen Gedanken schon gehabt, oder hätte er sich später mit Schrödinger ausgetauscht, wäre die Geschichte der Kosmologie höchstwahrscheinlich anders verlaufen. Denn der Bezug zum Machschen Prinzip, den Schrödinger formuliert hatte, hätte zu einem anderen Modell geführt als die geometrische Formulierung der allgemeinen Relativitätstheorie, die sich ab 1919 durchgesetzt hatte.

Es bleibt aber die historisch interessante Frage, ob Einstein die Koinzidenz

$$\frac{c^2}{G} \approx \frac{M_u}{R_u}$$

kannte. Auch wenn er diese Idee nicht ausformuliert hatte, hatte er wenigstens einmal daran gedacht? Offenbar schon! Zwar ist weder in Einsteins Veröffentlichungen noch in seinen Briefen von dieser Vermutung die Rede, doch in seinen Gesprächen mit Alexander Moszkowski⁴, die dieser in seinen Erinnerungen festgehalten hat (übrigens eine höchst vergnügliche zeitgeschichtliche Lektüre) findet sich eine bemerkenswerte Passage:

Es ist Einstein gelungen, die Maße dieses nicht-unendlichen Universums approximativ festzustellen; nämlich daraus, daß in der Welt eine bestimmbare Gravitationskonstante vorhanden ist...[]. Er setzt ferner eine Wahrscheinlichkeitshypothese für die Verteilung der Materie dergestalt, daß die durchschnittliche Dichtigkeit der Gesamtmasse etwa die der Milchstraße ist. Hieraus ergeben sich für Einstein folgende rechnermäßig bestimmte Maße: Das gesamte Universum besitzt einen Durchmesser von rund 100 Millionen Lichtjahren.

Alexander Moszkowski

Einsteins unbekannte Rechnung

Diese Aussage ist höchst bemerkenswert. Einstein benutzte offenbar einen Schätzwert für die Dichte (Masse pro Volumen) der Milchstraße, den die Astronomen damals schon angeben konnten⁵, um die Ausdehnung des Kosmos abzuschätzen. Nur gibt es eigentlich

keine Möglichkeit, aus der Dichte ρ , die proportional zu M/R_u^3 ist, die Ausdehnung R_u abzuschätzen, es sei denn, Einstein vermutete zusätzlich die Koinzidenz:

$$\frac{c^2}{G} \approx \frac{M_u}{R_u}$$

Kombiniert man die beiden Formeln, so kann Einsteins Abschätzung, von der Moszkowski spricht, nur

$$R_u \approx \sqrt{\frac{c^2}{G\rho}}$$

gelautes haben. Verwendet man den damals ermittelten Wert für die Dichte ρ der Milchstraße (die fast millionenfach größer ist als die des Universums), so erhält man ziemlich genau den von Moszkowski zitierten Wert. Einstein muß also den Zusammenhang gekannt haben, ohne daß er je direkt davon gesprochen hat!

Allerdings ist es nicht leicht, den Zeitpunkt dieser Einsicht zu datieren, die Moszkowski um 1919 aufgeschrieben hat. Er spricht von einem Bezug zu den [Sitzungsberichten der Preußischen Akademie der Wissenschaften](#), der vom 8. Februar 1917 datiert, fügt aber hinzu, daß Einstein damals den Gedanken noch nicht ausgeführt hatte. In diesem relativ bekannten Artikel von 1917 "Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie" finden sich nur indirekte Hinweise auf diese Rechnung.

Der Kontext des Artikels deutet aber darauf hin, daß Einstein hier den Zusammenhang

$$G \approx c^2 \frac{R_u}{M_u}$$

ganz anders aufgefaßt hat als Schrödinger. Einstein hat offenbar nicht das Gravitationspotential mit einbezogen und an dieser Stelle auch keinen Bezug zum Machschen Prinzip deutlich gemacht, obwohl die Ähnlichkeit ins Auge springt. Jene Formel, die die Gravitationskonstante durch das Gravitationspotential der entfernten Massen ausdrückt, ist ja nichts anderes als die in quantitative Form gegossene Vermutung, diese Massen seien der Ursprung der Gravitation. An dieser Stelle verfehlte es Einstein, den ganz großen Zusammenhang herzustellen.

Die Behauptung, eine Synthese der Ideen von Einstein und Schrödinger hätte die Kosmologie revolutionieren können, bedarf noch weiterer Ausführungen⁶ und mag auch dann noch auf Skepsis treffen. Unbestreitbar ist jedoch, daß die beiden Veröffentlichungen von 1911 und 1925 bisher unerkannte Zusammenhänge aufweisen.

Dr. Alexander Unzicker ist Physiker, Jurist und Sachbuchautor. Sein Buch "Vom Urknall zum Durchknall" wurde 2010 von "Bild der Wissenschaft" als Wissenschaftsbuch des Jahres ausgezeichnet. In seiner Kolumne "Hinterfragt" bei Telepolis greift er mit einem kritischen Blick Themen rund um die Physik auf. Im November 2015 erschien sein Buch "Einsteins verlorener Schlüssel – Warum wir die beste Idee des 20. Jahrhunderts übersehen haben".